MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

ŞCOALA GIMNAZIALA nr. 56 – BUCUREŞTI

Concursul Interjudeţean de Matematică al Şcolii gimnaziale nr. 56
Ediţia a XIII - a, 25.01.2014

Soluţii şi bareme clasa a V – a

1.	Avem: $D = I \cdot C + R,\ 0 \le R < I$ pentru împărţirea iniţială şi	**1p**
	$D + 35 = (I + 5) \cdot C + R,\ 0 \le R < I + 5$ pentru a doua împărţire,	**2p**
	Ultima relaţie se scrie $D + 35 = I \cdot C + 5 \cdot + R,\ 0 \le R < I + 5$	**2p**
	Prin comparaţie cu prima relaţie, obţinem $5C = 35$, de unde $C = 7$	**2p**
2.	**a)** Putem analiza cazurile după ultima cifră a lui *n*: dacă $u(n) \in \{1,3,6,8\}$, atunci $u(2n+1) \in \{3,7\}$, deci $2n+1$ nu este pătrat perfect	**3p**
	dacă $u(n) \in \{2,4\}$, atunci $u(3n+1) \in \{3,7\}$, deci $3n+1$ nu este pătrat perfect, prin urmare $u(n) \in \{0,5\}$, deci *n* se divide cu 5.	**2p**
	b) Verificând, în ordine, multiplii lui 5, obţinem, pentru $n = 40$, numerele $81 = 9^2$ şi $121 = 11^2$.	**2p**
3.	Dacă *n* este numărul de băieţi, atunci numărul de fete este dat de $3 \cdot (n-1) + f$, unde $f \in \{0,1,2\}$ reprezintă numărul de fete neîncadrate de băieţi.	**2p**
	Dacă $f \ge 3$, atunci trei fete sunt consecutive şi dispuse în spatele ultimului băiat deci numărul de băieţi ar creşte cu 1 (fals). Fetele nu pot fi dispuse 2+1 sau 2+2 deoarece cel mai înalt elev al grupului este băiat.	**2p**
	Obţinem ecuaţia $3 \cdot (n-1) + f - n = 50$, adică $2n = 53 - f$, unde $f \in \{0,1,2\}$, care are soluţia $n = 26$ pentru $f = 1$.	**2p**
	Finalizare: 102 elevi	**1p**
4.	Din teorema împărţirii cu rest, obţinem $n = 11c_1 + r_1, r_1 \le 10$, $n = 13c_2 + r_2, r_2 \le 12$ şi $n = 17c_3 + r_3,\ r_3 \le 16$.	**1p**
	Deoarece $r_1 + r_2 + r_3 \le 38$, deducem $r_1 = 10,\ r_2 = 12,\ r_3 = 16$	**2p**
	Prin urmare, $n = 11c_1 + 10$, $n = 13c_2 + 12$ şi $n = 17c_3 + 16$. Adunând pe 1 în ambii membri ai fiecărei relaţii, obţinem $n+1 = 11c_1 = 13c_2 = 17c_3$, deci $n+1 = 11 \cdot 13 \cdot 17c = 2431c$.	**3p**
	Obţinem $n = 2431c - 1$, deci $n + 2432 = 2431(c+1)$	**1p**